



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Județeană și a Municipiului București, 10 martie 2018

CLASA a X-a

Varianta 2

Problema 1. Aflați $x \in \mathbb{R}$ pentru care

$$\log_2(x^2 + 4) - \log_2 x + x^2 - 4x + 2 = 0.$$

Problema 2. Arătați că numărul

$$\sqrt[n]{\sqrt{2019} + \sqrt{2018}} + \sqrt[n]{\sqrt{2019} - \sqrt{2018}}$$

este irațional, pentru orice $n \geq 2$.

Gazeta Matematică

Problema 3. Fie a, b, c numere reale strict pozitive, astfel încât $1 < b \leq c^2 \leq a^{10}$, și

$$\log_a b + 2 \log_b c + 5 \log_c a = 12.$$

Demonstrați că

$$2 \log_a c + 5 \log_c b + 10 \log_b a \geq 21.$$

Problema 4. Fie $n \geq 2$ un număr natural. Determinați numerele complexe z care verifică simultan relațiile

a) $z^n + z^{n-1} + \dots + z^2 + |z| = n;$

b) $|z|^{n-1} + |z|^{n-2} + \dots + |z|^2 + z = nz^n.$

Timp de lucru 4 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.